8. tétel

A leíró statisztika jellemzői, diagramok. Nevezetes középértékek.

(Készítette: Szalai Marcell 11.B)

A statisztika adatok gyűjtésével, rendszerezésével, elemzésével és ábrázolásával foglalkozik. Statisztikai módszereket használnak a mindennapokban a gazdaság vagy az időjárás elemzésére.

Feladatai :

- Becslés
- Hipotézis-vizsgálat
- Hibaszámítás
- Korreláció-számítás

Alkalmazása :

- Szélsőérték problémáknál
- Statisztikai feladatoknál
- Gazdasági elemzésnél
- Teljes útra vett átlagsebességnél - Harmonikus közép

Statisztikai jellemzők :

- Adatsokaság - számadatok (halmaz) pl.: iskolai napló
- Terjedelem - legnagyobb és legkisebb elem különbsége pl.:{1, 2, 2, 3, 4, 5, 5} → 5 - 1 = 4
- Módusz - leggyakrabban előforduló elem pl.:{1, 2, 2, 3, 4, 5, 5} → módusz: 2 és 5
- Medián - az elemek növekvő sorrendbe helyezése után
  - ha páratlan számú elem van, akkor a középső elem pl.: {1, 2, 2, 3, 4, 5, 5} → medián: 3
  - ha páros számú elem van, akkor a két középső elem számtani közepe
- Átlag - számtani közép pl.: jegyek átlaga $\frac{1+2+2+3+4+5+5}{7} = 3{,}14$
- Súlyozott átlag - bizonyos érteket egy számmal megszorzunk fontossága miatt pl.: $\frac{1+2*2+2+3+4*2+5*2+5}{10} = 3{,}3$
- Relatív gyakoriság - egy adott elem előfordulását osztjuk az összes elem számával pl.:{1, 2, 2, 3, 4, 5, 5} → A 2-es relatív gyakorisága $\frac{2}{7}$
- Átlagos abszolút eltérés - (statisztikában használatos) szóródási mérőszám - az *n* elemű sokaság egy tetszőleges x számtól vett átlagos abszolút eltérése $S_n(x) = \frac{|x_1-x|+|x_2-x|+\cdots+|x_n-x|}{n}$
- Szórás - *n* elemű sokaság egy tetszőleges x számtól vett átlagos négyzetes eltérésének nevezzük a következőt: $D_n^2(x) = \frac{(x_1-x)^2+(x_2-x)^2+\cdots+(x_n-x)^2}{n}$ Ha x a sokaság átlaga akkor ez a szám a sokaság szórásnégyzete és a belőle vont négyzetgyök a szórás.

Nevezetes közepek :

- Harmonikus közép (H) - *n* darab pozitív szám esetén a számok reciprokából számított számtani közép reciproka H = $\frac{1}{\frac{\frac{1}{a_1}+\ldots+\frac{1}{a_n}}{n}} = \frac{n}{\frac{1}{a_1}+\ldots+\frac{1}{a_n}}$
- Mértani közép (G(geometriai közép)) - *n* darab szám szorzatának annyiadik gyöke, ahány szám van G = $\sqrt[n]{a_1 * a_2 * \ldots * a_n}$
- Számtani közép (A(aritmetikai közép)) - *n* darab szám összegének *n*-ed része A = $\frac{a_1+\ldots+a_n}{n}$
- Négyzetes közép (Q(qvadratikus közép)) - *n* darab elem négyzetének összegének *n*-ed részének a négyzetgyöke Q = $\sqrt{\frac{a_1^2+\ldots+a_n^2}{n}}$

Számtani és mértani közép közti egyenlőtlenség :

Nemnegatív valós számok számtani és mértani közepe nem lehet kisebb, mint a számok mértani közepe. Egyenlőség csak abban az esetben áll fenn, ha az adott szánok megegyeznek.

Tétel: Bármely $a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ ($n \in \mathbb{N}$) nemnegatív valós számok esetén

$$\frac{a_{1+\cdots+}a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 \ldots\ a_n}$$

és egyenlő ha $a_1 = \ldots = a_n$

Az *n* = 2 eset bizonyítása algebrai úton ekvivalens átalakításokkal

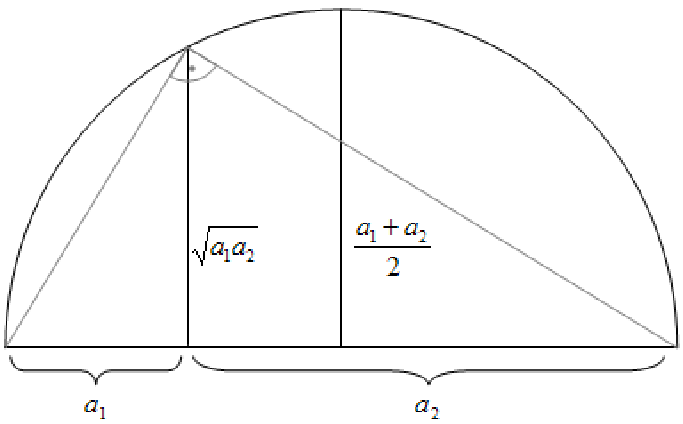
$$\frac{a_1+a_2}{2} \geq \sqrt{a_1 a_2}$$

$$(a_1 + a_2)^2 \geq 4a_1 a_2$$

$$a_1^2\text{-}2a_1 a_2 + a_2^2 \geq 0$$

$$(a_1 - a_2)^2 \geq 0$$

Geometriai bizonyítás - egymás mellé illesztett a_1 és a_2 hosszúságú szakaszok, mint átmérő fölé félkörívet rajzolunk. Ennek a sugara a két szám számtani közepe lesz. A két szám mértani közepének megfelel a szakaszok érintkezési pontjába állított és a körívig húzott merőlegesnek a hossza.



Középegyenlőtlenségek :

Tétel: Ha a,b > 0 valós számok, akkor $a \geq Q(a,b) \geq A(a,b) \geq G(a,b) \geq H(a,b) \geq b$

ahol:

Q(a,b) = $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$ a két szám négyzetes közepe

A(a,b) = $\frac{a+b}{2}$ a két szám számtani közepe

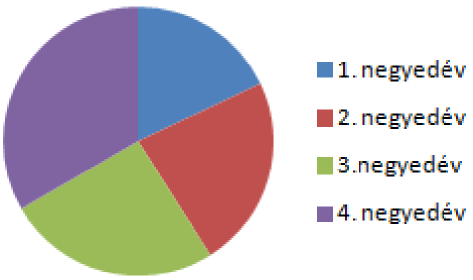
G(a,b) = $\sqrt{a * b}$ a két szám mértani közepe

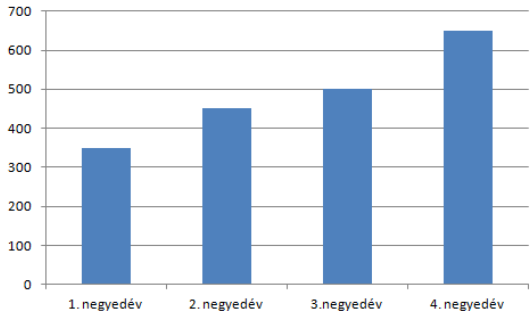
H(a,b) = $\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ a két szám harmonikus közepe

egyenlőség abban az esetben áll fönn, ha a = b ekkor,

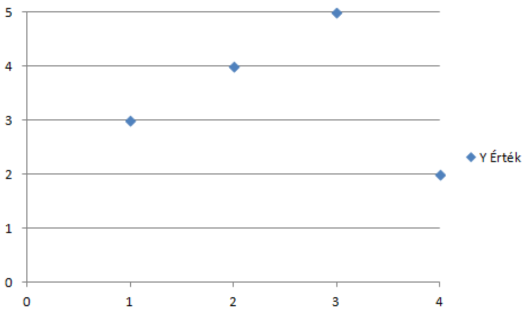
$a = Q(a,b) = A(a,b) = G(a,b) = H(a,b) = b$

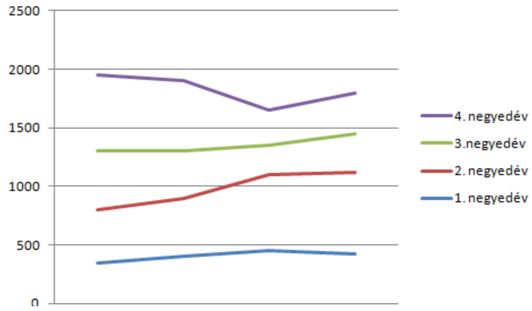
Diagramok



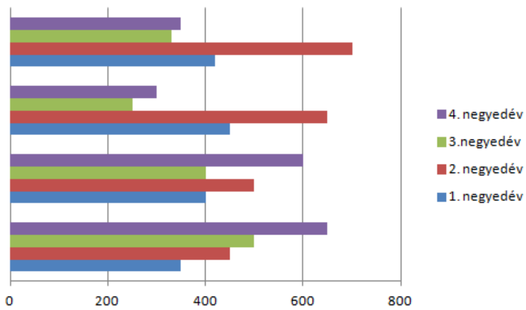


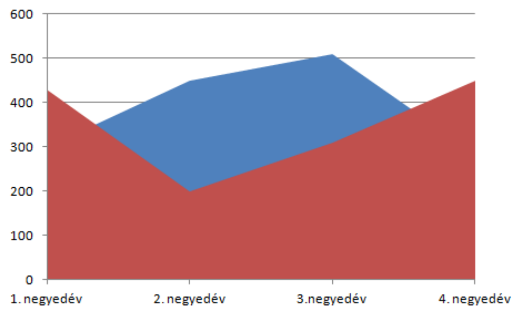
Oszlopdiagram



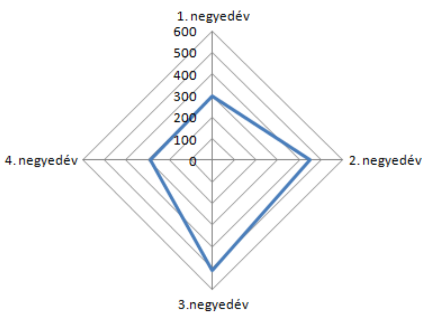


Vonaldiagram





Területdiagram



Forrás: https://erettsegik.hu/note/1381/

https://hu.wikipedia.org/wiki/Számtani_és_mértani_közép_közötti_egyenlőtlenség

https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0038_matematika_Mako_Zita_Teglasi_Ilona-Indoklas_es_bizonyitas/ch06s04.html

n